

---

# Wanneer geldt slootafstand = elementbreedte in de berekening van de topsysteemweerstand voor grondwatermodellering?

Wim J. de Lange

---

*In de formules voor de berekening van de parameters die het topsysteem beschrijven in een grondwater model (De Lange, 1997; Van Drecht, 1997) komt de slootafstand als een bepalende parameter voor. Als er binnen een element of cel (hierna te noemen element) vele sloten liggen is deze afstand probleemloos direkt te bepalen bijvoorbeeld met behulp van de slootdichtheid. Maar als de slootafstand veel groter wordt dan het element (bijvoorbeeld bij de beken in Brabant of de Veluwe) moet er theoretisch gezien iets ingewikkelds gedaan worden. Een voorbeeld hiervan is beschreven in (De Lange, 1997c). In de praktijk wordt in zo'n geval veelal niet verder gekeken dan het element zelf, zoals bijvoorbeeld bij de eenvoudige een-dimensionale opschaling die in de MODFLOW canal-package zit. Er wordt dan niet gekeken naar de slootafstand buiten het element, hetgeen tot een aanzienlijke vereenvoudiging in GIS-operaties voor de parametrisering leidt. Nu blijkt deze vereenvoudiging ook met de meer geavanceerde formules van De Lange of Bruggeman vaak toepasbaar. Wanneer dat is wordt in dit artikel aangegeven. Dit artikel is gebaseerd op de theorie gepresenteerd in de reeks van drie artikelen in Stromingen in 1997 (De Lange, 1997a, b en c). De basis van de topsysteembenadering daarin uitgelegd wordt hier niet meer herhaald.*

## Afleiding

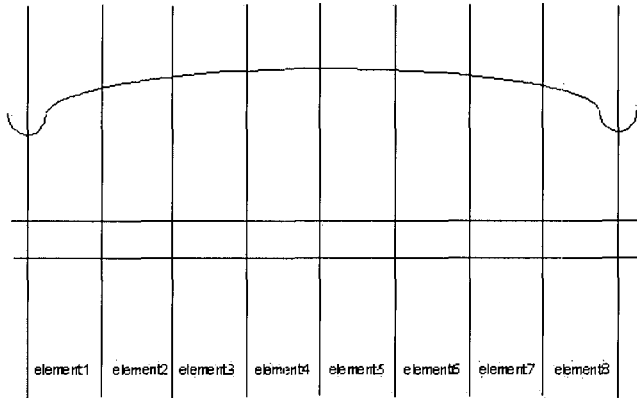
In een eerder verhaal in STROMINGEN (De Lange, 1997c) is beschreven hoe de formule voor de voedingsweerstand voor een element van figuur 1 wordt afgeleid. Hier maken we opnieuw gebruik van gedeelten daaruit. We kijken naar het geval dat het element  $i$  met breedte  $b_i$  op afstand  $x_i$  naast het oppervlakte water ligt (zie figuur 1). Voor dit element geldt nu de volgende Cauchyrelatie tussen de kwel over de onderrand van de cel  $s_i$ , de stijghoogte onder de cel  $\phi$ , het representatieve peil  $p_i^*$  en de voedingsweerstand  $c_i^*$ :

$$s_i = (p_i^* - \phi) / c_i^* \quad (1)$$

Deze uitdrukking beschrijft de bovenrandvoorwaarde van het numerieke grondwatermodel in cel  $i$ . Formules voor de lekweerstand (of ook wel drainageweerstand) kunnen hiervan eenvoudig worden afgeleid (De Lange, 1997a). In De Lange (1997c) worden de volgende uitdrukkingen voor  $p_i^*$  en  $c_i^*$  gegeven:

---

Wim de Lange is werkzaam bij RIZA.



Figuur 1: Meerdere model elementen tussen twee oppervlakte wateren

$$p^*_i = p^* \quad (2a)$$

$$c^*_i = c^* E \quad (2b)$$

waarin  $p^*$  en  $c^*$  beschreven zijn in De Lange (1997a, pag 22). Voor het geval dat de spreidingslengte van het topsysteem klein is ten opzichte van de slootafstand en groot ten opzichte van de elementbreedte geldt dat de voedingsweerstand lineair is met de slootafstand en kan  $c^*$  worden geschreven als (De Lange 1997a, pag 24):

$$c^* = CL \quad (3)$$

De term  $E$  in vergelijking (2b) wordt beschreven in De Lange (1997c, pag 45). We beschouwen het element met het oppervlaktewater in figuur 1. Dat element beslaat slechts een gedeelte van het gebied tussen twee oppervlaktewateren. In dit element willen we de Cauchy-randvoorwaarde gaan gebruiken. Omdat de afstand tussen het element en het oppervlaktewater gelijk aan nul is, krijgt  $E$  de volgende vorm:

$$E = \frac{2b_1(e^{L/\lambda_L} - 1)}{L(e^{b_1/\lambda_L} + e^{L/\lambda_L}(1 - e^{-b_1/\lambda_L}))} \quad (4)$$

waarin  $b_1$  de breedte van het element is. Stel nu dat  $b_1$  en  $L$  groot (3 à 4 keer) worden ten opzichte van  $\lambda_L$  (en dus dat het effect op de grondwaterstroming van het oppervlaktewater ruim binnen het element valt) dan geldt:  $\exp(b_1/\lambda_L) \gg 1$ ,  $\exp(-b_1/\lambda_L) \ll 1$  en  $\exp(L/\lambda_L) \gg 1$  en verwordt (4) tot:

$$E = \frac{2b_1 e^{L/\lambda_L}}{L(e^{b_1/\lambda_L} + e^{L/\lambda_L})} \quad (5)$$

Omdat nu ook nog geldt dat  $b_i < L$  en dus  $\exp(b_i/\lambda_v) \ll \exp(L/\lambda_v)$  krijgen we:

$$E = c^*_i/c^* = 2b_i/L \quad (6)$$

en de combinatie (3), (6) en (2b) leidt tot de gezochte relatie:

$$c^*_i = C_i 2b_i \quad (7)$$

Hierin komt de factor 2 doordat in de schematisatie het element 1 tot aan het hart van het oppervlaktewater reikt. Normaliter ligt het oppervlaktewater binnen het element en is de breedte van het element vergelijkbaar met  $2b_i$  (geldend voor het geval als het oppervlaktewater precies in het midden van het element ligt).

Wat zegt dit nu? Vergelijking (3) geeft aan dat – wanneer de effecten van het oppervlaktewater op de grondwaterstroming plaatsvinden binnen een zone die smal is ten opzichte van de afstand tussen de sloten – de voedingsweerstand van het totale gebied tussen de oppervlaktewateren evenredig is met die slootafstand. Vergelijking (7) zegt dat als je een gebied (element) neemt dat maar een deel van het systeem tussen de sloten bevat de voedingsweerstand evenredig is met de breedte van dat gebied (element) zolang maar nog steeds de effecten van het oppervlaktewater binnen dat gebied vallen.

Voor de (numerieke) modelleerpraktijk betekent dit dat je de voedingsweerstand mag bepalen met behulp van de formules voor de voedingsweerstand waarin de slootafstand wordt vervangen door de elementbreedte, mits je zeker weet dat je het hele effect van het oppervlaktewater binnen je element afdekt.

Opmerking:

Voor de breedte van een element kan voor een willekeurig gevormd element de wortel uit het oppervlak genomen worden.

### Een fysische, praktische verklaring

Stel dat het hele veld tussen de twee sloten gevuld is met elementen (bijvoorbeeld 8) en beide sloten in een element liggen (figuur 1). Vanuit het watervoerend pakket gezien vormt het rijtje van 8 elementen in figuur 1 de eigenlijke bovenrand van het model tussen de sloten. De verticale stroming naar het watervoerend pakket is parallel door de elementen en de weerstanden worden daarom harmonisch opgeteld:

$$L/c^* = \sum b_i/c^*_i \quad (8)$$

Als de spreidingslengte veel kleiner is dan de elementbreedte zal er al in het element naast die van de sloot geen interactie meer met de sloot plaatsvinden: er gaat geen water meer via het topsysteem van het naastliggende element van de sloot naar het watervoerend pakket onder het element. Dat wil zeggen dat de stromingsweerstand tussen het watervoerend pakket onder dat element en de sloot is zeer groot geworden; het element heeft dus een grote voedingsweerstand. Dat geldt voor alle zes elementen (nrs. 2,3,4,5,6,7) tussen de twee

met de sloten (nr.s 1 en 8). En omdat de voedingsweerstand van de midden-elementen heel groot (zeg oneindig) is, wordt dit:

$$L/c^* = 2b_i/c^* \text{ slootafstand} \tag{9}$$

hetgeen overeenkomt met (6).

### Slotopmerking

Bovenstaand is afgeleid zonder radiale weerstand. Het lijkt me logisch dat ook in de formule daarvoor (De Lange 1997b, pag 33) de elementbreedte kan worden gebruikt in plaats van de slootafstand gezien de parallel met de verklaring van de weerstand.

### Literatuur

- Lange, W.J. de (1997a)** Nieuwe inzichten in het gebruik van voedingsweerstand of drainageweerstand in de randvoorwaarde van een grondwatermodel, Deel 1: De basis voor het modelconcept; in: *Stromingen*, jrg 3, nr 2, pag 17–28.
- Lange, W.J. de (1997b)** Nieuwe inzichten in het gebruik van voedingsweerstand of drainageweerstand in de randvoorwaarde van een grondwatermodel, Deel 2: Het gebruik van de randvoorwaarde; in: *Stromingen*, jrg 3, nr 3, pag 31–47.
- Lange, W.J. de (1997c)** Nieuwe inzichten in het gebruik van voedingsweerstand of drainageweerstand in de randvoorwaarde van een grondwatermodel, Deel 3: Het parametriseren van de randvoorwaarde; in: *Stromingen*, jrg 3, nr 4, pag 17–28.

Op verzoek van de auteur hierbij nogmaals de figuur uit het vorige artikel, ditmaal zoals hij bedoeld was.

