

Bepaling modelonzekerheid voor het grond- watermodel van het Hoogheem- raadschap De Stichtse Rijnlanden

- Johan Valstar Deltares, Postbus 85467, 3508 AL Utrecht
Tel: 088-3357160, Fax: 088-3357856, Email: johan.valstar@deltares.nl
- Joost Heijkers Hoogheemraadschap De Stichtse Rijnlanden
- Wiebe Borren Deltares

Inleiding

In een eerder artikel in dit tijdschrift is aangegeven hoe grondwatermodellen gekalibreerd kunnen worden met de representermethode (Valstar, 2007). De achterliggende fundamentele aanname is dat een aantal model parameters stochastische variabelen met een bekend gemiddelde en (co) variantie zijn. Veelal wordt aangenomen dat de transmissiviteit en weerstand van de verschillende modellagen van cel tot cel kunnen variëren, waarbij wel een zekere horizontale correlatie tussen de parameters bestaat. Het aantal parameters dat geschat wordt, is bij de representermethode heel groot.

Doordat de modelparameters stochastische variabelen zijn, zullen de modeluitkomsten ook stochastische variabelen zijn, waarvan de kansverdeling kan worden geschat. Door informatie uit metingen te gebruiken, zal de gemiddelde waarde van de modelparameters en modeluitkomsten veranderen en zal hun onzekerheid afnemen.

De uitkomst van de onzekerheid van de modeluitkomsten hangt echter sterk af van de onzekerheid die de modelleur toekent aan de modelparameters. In de praktijk is de onzekerheid van modelparameters echter niet bekend en zullen de modelleurs in samenwerking met de opdrachtgevers vaak een zo goed mogelijke schatting maken voor de onzekerheid van de modelparameters en ook voor de onzekerheid in de metingen, die ook van belang zijn voor de kalibratie. Bovendien blijven er zelfs na een gedegen analyse altijd nog wel enige conceptfouten in het model aanwezig. In de praktijk blijkt dat modelleurs en opdrachtgevers er vaak voor kiezen om niet tot het wiskundige optimum door te kalibreren maar willen stoppen na enkele iteraties, zodat de aanpassingen van de parameters binnen een bepaalde range worden gehouden.

Om toch tot een goed onderbouwde schatting van de onzekerheid van de modeluitkomsten te komen, dienen er een aantal aspecten te worden onderzocht. Ten eerste dient bekeken te worden of de berekende variantie van de modeluitkomsten wel realistisch is. Dit kan door op plaatsen waar metingen beschikbaar zijn, te kijken hoe de modelvoorspelling, inclusief de onzekerheid, zich verhouden tot de meetwaarden, indien de informatie van de meting niet wordt meegenomen. Ten tweede moet worden bekeken wat het effect is van het feit dat de schatting van de modelparameters en de modeluitkomsten niet overeenkomen met het wiskundige optimum. Deze aspecten worden in dit artikel besproken en vervolgens toegepast op het grondwatermodel van het Hoogheemraadschap De Stichtse Rijnlanden.

Beknopte beschrijving van de representermethode

Voor de leesbaarheid van dit artikel wordt de vergelijkingen voor het kalibratieprobleem en de representermethode voor een stationair grondwatermodel hier kort samengevat. Valstar (2007) en Valstar (2001) geven een meer volledige uitleg van de representermethode.

Het stationaire grondwatermodel in matrixvorm is:

$$A(\alpha)\mathbf{h} = \mathbf{f}(\alpha) \tag{1}$$

Hierin is A de systeemmatrix; \mathbf{h} is de vector met stijghoogten en \mathbf{f} is de vector met drijvende krachten. A en \mathbf{f} zijn afhankelijk van de modelparameters α .

De meetvergelijking is:

$$z = M(h) + \varepsilon_z \quad (2)$$

Hierin is z is de vector met meetwaarden; $M(h)$ is een lineaire meetoperator en ε_z is de meetfout.

Doelfunctie

Om de optimale parameterschatting (α) te vinden, dient de volgende doelfunctie (J) te worden geminimaliseerd:

$$J = (z - M(h))^T C_\varepsilon^{-1} (z - M(h)) + (\alpha - \bar{\alpha})^T C_\alpha^{-1} (\alpha - \bar{\alpha}) \quad (3)$$

Hierin is C_ε de covariantiematrix van de meetfouten; $\bar{\alpha}$ is het a priori gemiddelde van modelparameters en C_α is de a priori covariantiematrix van de modelparameters.

De minimalisatie van deze doelfunctie kan efficiënt worden opgelost door het introduceren van een lineaire expansie met representer functies:

$$\alpha = \bar{\alpha} + b\Psi \quad (4)$$

$$h = h_f + b\Xi + h_{\text{corr}} \quad (5)$$

waarin:

- b is de vector met representercoëfficiënten (dimensie: het aantal metingen),
- Ψ is de representer voor modelparameters (dimensie: het aantal metingen bij het aantal te kalibreren parameters),
- Ξ is de representer voor stijghoogte (dimensie: het aantal metingen bij het aantal gemodelleerde stijghoogten)
- h_f is de 'first guess' stijghoogte (stijghoogten die behoren bij het berekenen van het model met de a priori parameters),
- h_{corr} is de stijghoogte correctie term.

De representerfuncties voor ieder meting i worden berekend met de volgende vergelijkingen:

$$\tilde{A}\Phi_i = \frac{dM_i(h)}{dh} \quad (6)$$

$$\Psi_i = -C_\alpha \left(\Phi_i \frac{dA}{d\alpha} h - \Phi_i \frac{df}{d\alpha} \right) \quad (7)$$

$$A \Xi_i = -\Psi_i \frac{dA}{d\alpha} h + \Psi_i \frac{df}{d\alpha} \quad (8)$$

Hierin is Φ een hulpvariable, de zogenoemde ‘adjoint representer’.

De stijghoogte correctieterm kan worden berekend met:

$$Ah_{\text{correctie}} = f - Ah_F + h \frac{dA}{d\alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) - \frac{df}{d\alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) \quad (9)$$

Als laatste worden de coëfficiënten van de representers berekend met de volgende matrix-vergelijking:

$$(M(\Xi) + C_\epsilon) b = z - (M(h_F + h_{\text{correctie}})) \quad (10)$$

Bovengenoemde vergelijking worden binnen een iteratieve lus opgelost, omdat de systeemmatrix afhangt van de optimale schatting van de parameters die vooraf natuurlijk nog niet bekend zijn.

Bepaling onzekerheid na kalibratie met de representermethode

Valstar (2007) heeft al gemeld hoe de onzekerheid van zowel de modelparameters als de stijghoogten kan worden berekend na kalibratie, indien de exacte statistieken voor de metingen en modelparameters bekend zijn. Hierbij was echter wel een typefout opgetreden. De juiste formules in matrixnotatie zijn:

Voor de parameters

$$C_\alpha^{\text{na ijkning}} = C_\alpha^{\text{voor ijkning}} - \Psi^T (M(\Xi) + C_\epsilon)^{-1} \Psi \quad (11)$$

En voor de stijghoogten

$$C_h^{\text{na ijkning}} = C_h^{\text{voor ijkning}} - \Xi^T (M(\Xi) + C_\epsilon)^{-1} \Xi \quad (12)$$

De covariantie na kalibratie is de covariantie voor kalibratie minus een term die het effect weergeeft van de informatie in de metingen op de afname van de onzekerheid. Indien de covariantie van

de meetfout (C_z) groot is, zal de afname van de onzekerheid van de modelparameters klein zijn. Indien de covariantie van de meetfout klein is, zal de afname van de onzekerheid relatief groot zijn.

De hier berekende covarianties zijn wel gebaseerd op een aanname dat de relaties tussen de modelvoorspellingen en de parameters bij benadering lineair zijn. Voor relatief kleine aanpassingen van de modelparameters is deze aanname over het algemeen geldig.

Validatie van de onzekerheid

Om de onzekerheid van de modelvoorspellingen te valideren, wordt een methode gebruikt die in de geostatistiek bekend staat als kruisvalidatie (Deutsch en Journel, 1992). Hierbij wordt steeds één meting weggelaten en het gemiddelde en de variantie voor die meetwaarde met behulp van de overige data berekend. Uiteindelijk wordt een genormaliseerd residu bepaald door het verschil tussen de meetwaarde en de modeluitkomst te delen door de standaarddeviatie. Door dit te herhalen voor alle metingen en te controleren of de genormaliseerde residuen een normale verdeling hebben, kunnen conclusies getrokken worden of gemaakte aannames over de stochastische verdelingen juist zijn.

Met gekalibreerde modellen is een soortgelijke aanpak mogelijk. Normaliter zou dit een enorme rekeninspanning vergen, omdat voor het weglaten van iedere meting steeds een nieuwe kalibratie moet worden uitgevoerd. Door gebruik te maken van de lineaire benadering in vergelijking 5 kan dit eenvoudiger gedaan worden. De procedure werkt als volgt.

Nadat het model gekalibreerd is wordt steeds één meting weggelaten voor de kruisvalidatie totdat alle metingen zijn afgelopen. Zonder de nu weggelaten meting worden de representer coëfficiënten b uitgerekend met een aangepaste versie van vergelijking (10):

$$(M(\Xi) + C_\epsilon)^{**} b^* = z^* - (M^*(h_F + h_{\text{correction}})) \quad (13)$$

Hierin geeft de ‘**’ weer dat steeds één meting is weggelaten. Voor de matrix $(M(\Xi)+C_z)^{**}$ geldt dat de kolom en de rij voor de betreffende meting zijn weggelaten.

Daarna wordt met behulp van een aangepaste versie van vergelijking (5) de voorspelling voor de optimale schatting voor meting j gedaan:

$$M^j(h) = M^j(h_F) + b^* M^j(\Xi^*) + M^j(h_{\text{corr}}) \quad (14)$$

Hierin geeft de index j weer dat de meetoperator alleen voor meting j wordt toegepast.

De variantie voor meetpunt j na kalibratie, $C_{M_j(h), M_j(h)}$, wordt bepaald met behulp van de volgende vergelijking:

$$C_{M^j(h), M^j(h)} = M^j(\Xi^j) - (M^j(\Xi^*))^T (M^*(\Xi^*) + C_Z^{**})^{-1} M^j(\Xi^*) \quad (15)$$

Uiteindelijk wordt het genormaliseerde residu uitgerekend:

$$\text{res} = \frac{M^j(h) - z}{\sqrt{C_{M^j(h), M^j(h)}}} \quad (16)$$

Voor lineaire kalibratieproblemen, waarbij voor de parameters en meetfouten de juiste normale verdeling is gebruikt, zullen de genormaliseerde residuen ook normaal verdeeld zijn. Bij grondwatermodellering is het kalibratieprobleem niet-lineair en behoeven de genormaliseerde residuen ook niet normaal verdeeld te zijn. Om toch een realistische onzekerheidsschatting van de stijghoogten te geven, is het wel wenselijk dat het gemiddelde van de genormaliseerde residuen bij 0 ligt en de variantie bij 1.

De methode is geschikt voor de validatie van de onzekerheid van de grootte waar de metingen betrekking op hebben. Voor grondwaterproblemen zullen dit hoofdzakelijk de stijghoogten zijn. Voor het valideren van de onzekerheid voor verschillende modelparameters zal dit vaak een niet uniek probleem zijn, omdat met meerdere combinaties van de onzekerheid van de modelparameters de genormaliseerde meetresiduen van de stijghoogten normaal verdeeld kunnen zijn.

Correctie van de onzekerheid

Indien achteraf blijkt dat de variantie van de genormaliseerde residuen ongelijk zijn aan 1, kan worden geconcludeerd dat de variantie die de modelleur heeft opgegeven aan de modelparameters en/of de meetfouten niet correct was. Gelukkig is het mogelijk om dit achteraf te herstellen. Door de variantie van de parameters en de meetfouten met een factor x te vermenigvuldigen kunnen genormaliseerde residuen worden verkregen die een variantie van 1 hebben. De gekalibreerde modelparameters zijn wel nog exact hetzelfde. Dit valt eenvoudig te zien: de parameter- en stijghoogtenrepresenters in vergelijking 8 en 9 zullen de factor x groter worden. De representer coëfficiënten in vergelijking 11 zullen de factor x kleiner worden en uit vergelijking 5 blijkt vervolgens dat de parameteraanpassingen gelijk zullen blijven.

Indien het gemiddelde van de genormaliseerde residuen ver van 0 afligt, bevat het model een bias. Dit komt doordat het a priori gemiddelde van de modelparameters niet goed is gekozen of omdat er nog significante fouten in het modelconcept zien. Indien dit het geval is, zal dit veelal voor aanvang van de kalibratie al duidelijk zijn doordat de residuen voor de kalibratie al een bias hebben. In zo'n situatie is het aan te raden om het uitgangsmodel eerst te verbeteren alvorens te gaan kalibreren.

Praktische aspecten

Bij de uitvoering van de methode op het HDSR-model, bleek dat de rekentijd van de kruisvalidatie nog heel groot was, door het grote aantal metingen (1855). De kruisvalidatie vergt dan dat er 1855 maal een matrixvergelijking moet worden opgelost. De matrix in deze vergelijking heeft dimensie van 1854 bij 1854 en is vol: dat willen zeggen dat alle elementen in de matrix ongelijk zijn aan 0. Een fors deel van de metingen blijkt echter maar marginaal bij te dragen aan de schatting van de weggelaten meting en de afname van de onzekerheid. Daarom is ervoor gekozen om alleen de metingen te selecteren die indien ze alleen zouden worden gebruikt, de variantie van de stijghoogtevoorspelling met minimaal 0,01% zouden doen verlagen:

$$\frac{(M^j(\Xi^k))^2}{(M^k(\Xi^k) + C_z^{kk})} \geq 0,0001 \cdot M^j(\Xi^j)$$

Hierin is de eerste term de absolute afname van de onzekerheid van de modelvoorspelling van meting j als gevolg van de informatie van meting k indien dit de enige informatie is die beschikbaar is.

Effect van het niet bereiken van het wiskundige optimum tijdens de kalibratie

Zoals reeds eerdere vermeld wordt er tijdens de kalibratie met behulp van de representermethode niet altijd doorgekalibreerd tot het wiskundig optimum. Dit heeft geen gevolgen voor de kruisvalidatie. Doordat de optimale schatting wordt gebaseerd op de linearisatie in vergelijking (5), wordt tijdens de kruisvalidatie wel het optimum gebruikt, althans volgens de dan geldende linearisatie. Voor de schatting van het model heeft het uiteraard wel gevolgen en ook voor de onzekerheidsbepaling van deze schatting.

Dit effect kan als volgt worden meegenomen:

Voor iedere willekeurig locatie kan de werkelijke stijghoogte h worden beschreven met:

$$h = h_{\text{model}} + h_{\text{bias}} + h' \quad (17)$$

Hierin is h_{model} de modelvoorspelling na kalibratie, h' is de stochastische component in de stijghoogte indien tot het wiskundige optimum zou worden doorgekalibreerd en h_{bias} is het verschil tussen de stijghoogten in het wiskundige optimum en de stijghoogten die het model nu voorspelt. Deze kan worden bepaald uit:

$$h_{\text{bias}} = h_{\text{opt}} - h_{\text{model}} \quad (18)$$

Waarbij h_{opt} de voorspelling van de stijghoogte is die volgt uit vergelijking 5.

De variantie van de modelparameter om de huidige modelschatting is:

$$E \left((h - h_{\text{model}})(h - h_{\text{model}}) \right) = h_{\text{bias}}^2 + E(h'^2) = h_{\text{bias}}^2 + C_h^{\text{na ijkijng tot optimum}} \quad (19)$$

Voor de parameters valt de variantie om de huidige schatting op een identieke manier af te leiden indien men veronderstelt dat de optimale voorspelling van de parameters volgens de linearisatie van vergelijking 4 realistisch is. Indien men de parameters niet wilt laten compenseren voor fouten in het modelconcept of onzekerheid van andere modelparameters die niet gekalibreerd worden, dient een andere methodiek gevolgd te worden. Dit kan door het effect van de bias te vertalen naar een covariantie van de stijghoogten op de meetlocaties en deze op te tellen bij de covariantie van de meetfout. De schatting van de a posteriori variantie van de modelparameters wordt dan:

$$C_{\alpha}^{\text{na ijkijng}} = C_{\alpha}^{\text{voor ijkijng}} - \Psi^T \left(M(\Xi) + C_{\varepsilon} + M(h_{\text{bias}})M(h_{\text{bias}})^T \right)^{-1} \Psi \quad (20)$$

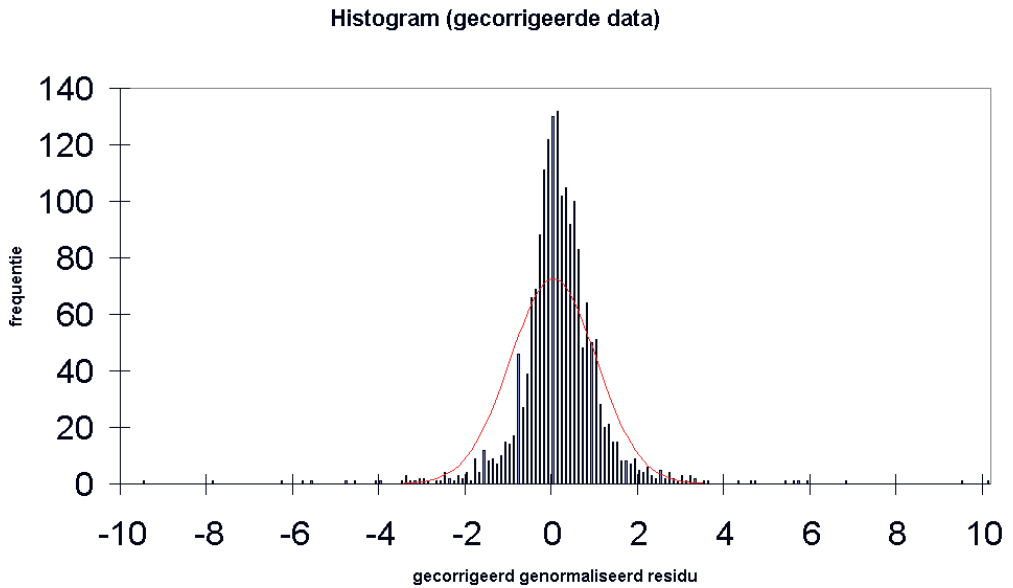
Toepassing op het HDSR-model

De hier beschreven onzekerheidsbepaling en validatie is toegepast op de modelstudie die recent is uitgevoerd voor het beheersgebied van het Hoogheemraadschap De Stichtse Rijnlanden (Borren e.a., 2009). Dit model is gekalibreerd op stijghoogtemetingen en schattingen van de freatische grondwaterstand.

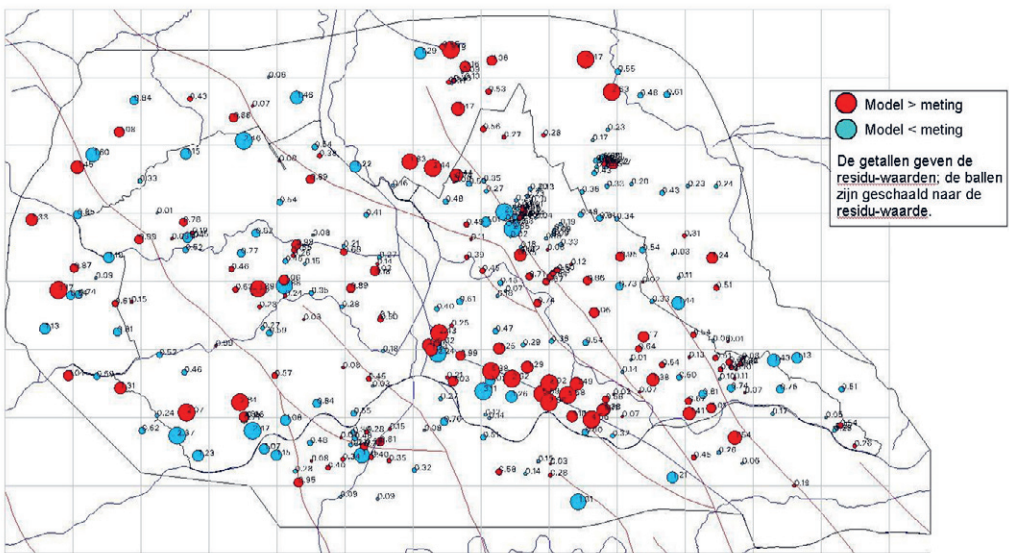
Validatie van de onzekerheid

Voor de validatie van de onzekerheid zijn de genormaliseerde residuen bepaald. De variantie van de genormaliseerde residuen was gelijk aan 1 te krijgen door de standaarddeviatie van de modelparameters en de meetfout met een factor 3,54 te vermenigvuldigen. De keuze voor de standaarddeviatie van de parameters en de statistieken die de modelleur vooraf had gemaakt bleek dus een factor 3,54 te laag te zijn om tot een reële inschatting van de onzekerheid te kunnen komen.

Deze genormaliseerde residuen na deze correctie worden weergegeven als histogram in figuur 1 en als ruimtelijk verdeling voor modellaag 3 (het onderste deel van het eerste watervoerende pakket) in figuur 2.



Figuur 1 Histogram met genormaliseerde residuen na correctie; de normale verdeling is in rood aangegeven.

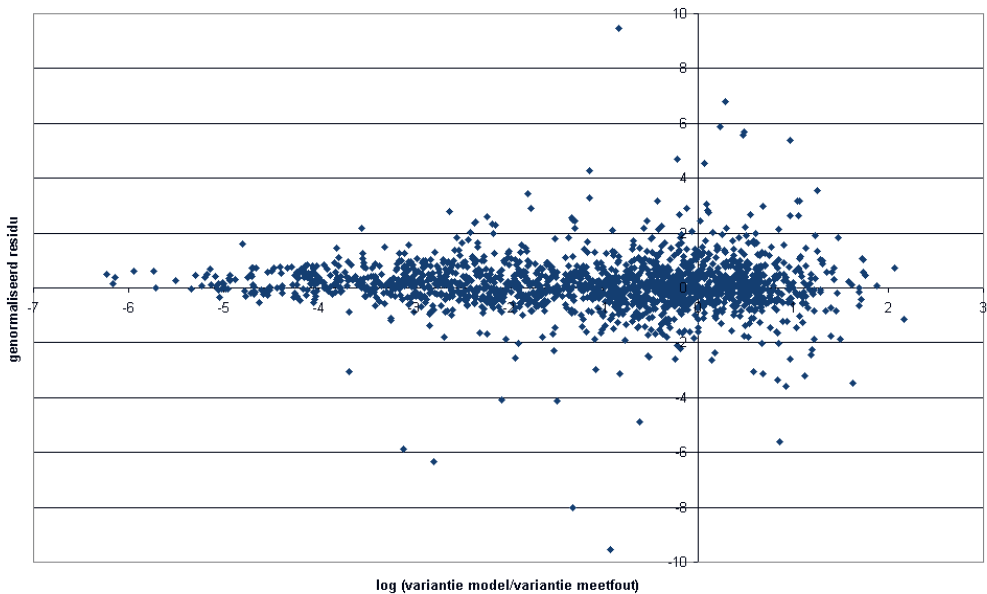


Figuur 2 Ruimtelijke verdeling van genormaliseerde residuen in modellaag 3.

Uit de eerste figuur blijkt dat de genormaliseerde residuen geen normale verdeling volgen, maar dat de verdeling wordt gekenmerkt door het hoge aantal residuen binnen de range -0.5 tot 0.5 en dat er sprake is van enkele uitschieters. Ook blijkt dat er iets ten zuidoosten van het midden van het model nog een gebied te zijn waarin de genormaliseerde residuen nog groter zijn. Dit gebied grenst direct aan het Amsterdam-Rijnkanaal. Mogelijk is er hier nog een fout in het modelconcept

of is de intreeweerstand, die in het stationaire model niet is meegekalibreerd, niet correct gekozen*. Wel kan geconcludeerd worden dat de gemodelleerde onzekerheid van de stijghoogten voor dit gebied voor deze modellaag te laag wordt geschat. Voor de overige modellagen, waarvan hier geen figuren worden getoond, was geen opvallend patroon in de genormaliseerde residuen te ontdekken.

Daarnaast is ook nog gekeken of er nog een verschil is voor metingen die relatief een hoge onzekerheid in de modelvoorspelling hebben ten opzicht van de onzekerheid van de meetfout. Het gevaar bestaat dat indien bijvoorbeeld de variantie van de meetfout veel groter is dan de variantie van de modelvoorspelling, het resultaat van de kruisvalidatie voor het overgrote deel afhangt van de variantie van de meetfout. In dat geval zal de variantie van de modelvoorspelling niet gevalideerd zijn. Om dit te controleren zijn de genormaliseerde residuen geplot als functie van de (10 log) ratio tussen de modelvariantie en de meetfoutvariantie in figuur 3.



Figuur 3 relatie tussen de genormaliseerde residuen en de ratio van de varianties van modelvoorspellingen en de meetfouten.

Uit dit figuur blijkt dat de metingen die een grotere modelvariantie in vergelijking tot de meetfoutvariantie (logwaarde van de ratio > 0) niet significant afwijken van de andere genormaliseerde residuen. Wat wel opvalt, is dat de metingen met een relatief zeer grote meetfoutvariantie (logwaarde van de ratio < -4) een afwijkende verdeling hebben, waarbij de variantie kleiner is dan 1. Bij nadere inspectie blijken deze metingen vooral te bestaan uit de GG-schattingen** in het freatische pakket.

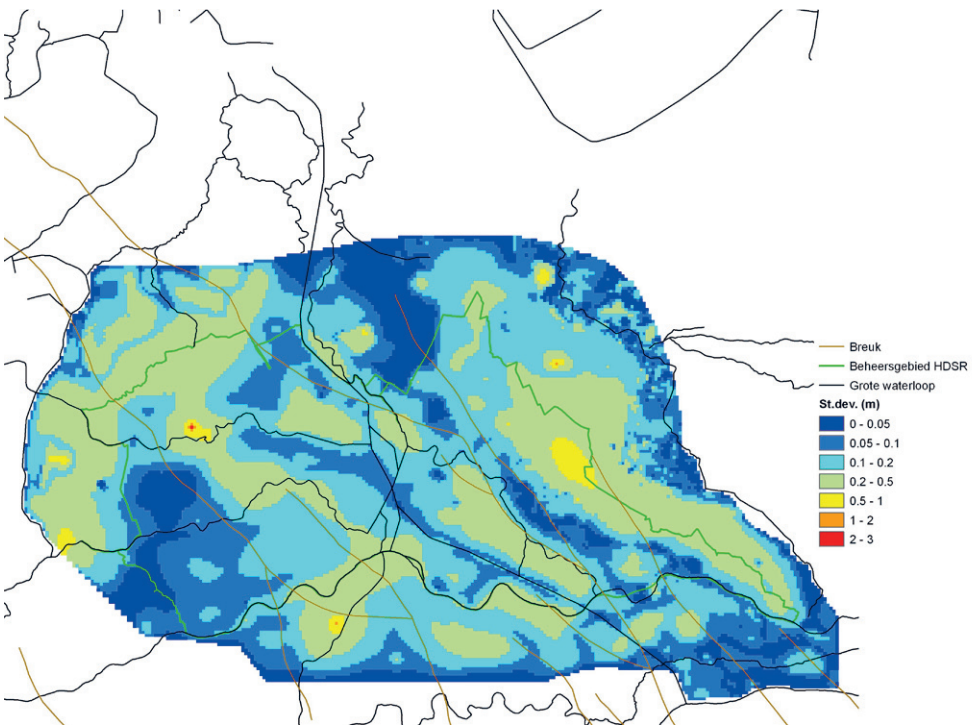
* De weerstanden van de waterlopen zijn aangepast in de niet-stationaire kalibratie, die uitgevoerd is na de stationaire kalibratie

** Bij de kalibratie van het HDSR-model is niet alleen gebruik gemaakt van gemeten grondwaterstanden/stijghoogtes (de 'harde' kalibratiedataset), maar ook van geschatte freatische grondwaterstanden (de 'zachte' kalibratiedataset): Gt-actualisatie, GD-kartering en GxG-schattingen (Heijkers e.a., 2010). Bij de stationaire kalibratie is uit de vrijwel vlakdekkende data een beperkte selectie gemaakt en uitgedrukt als gemiddelde grondwaterstand (GG).

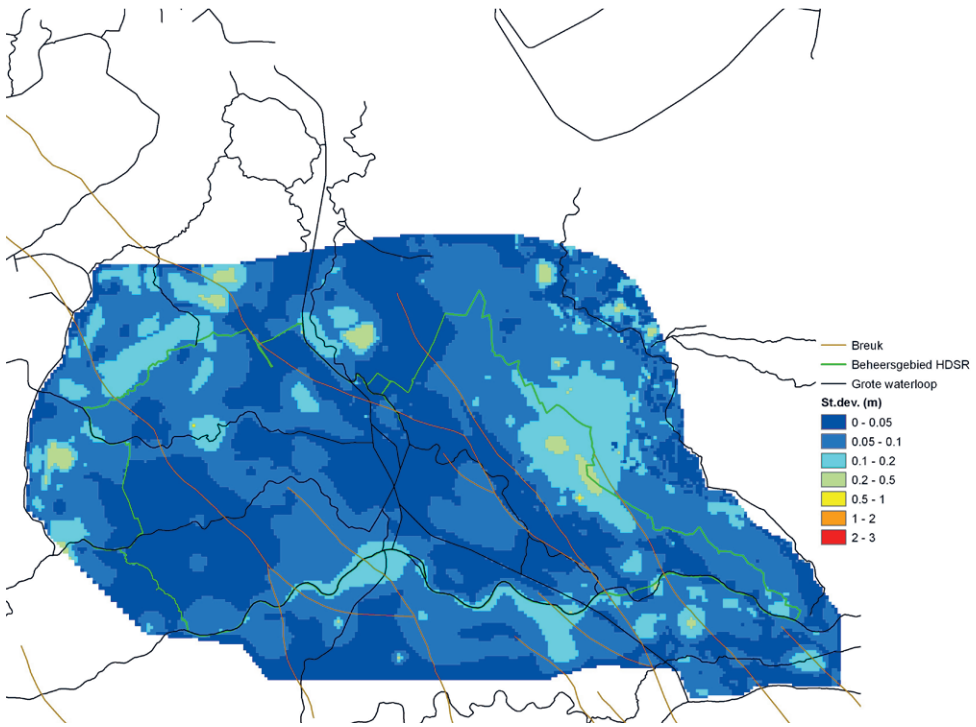
Aan deze meting was een relatief grote standaarddeviatie van de meetfout (10 cm) meegegeven. Door de vermenigvuldiging met de correctiefactor van 3,54 is uiteindelijk een standaarddeviatie ontstaan die groter is dan wat volgens de kruisvalidatie gerechtvaardigd is. Achteraf kan dan geconcludeerd worden dat deze metingen tijdens de kalibratie relatief te weinig gewicht hebben gekregen, of de overige metingen en de modelparameters te veel gewicht.

Berekening onzekerheidsbepaling

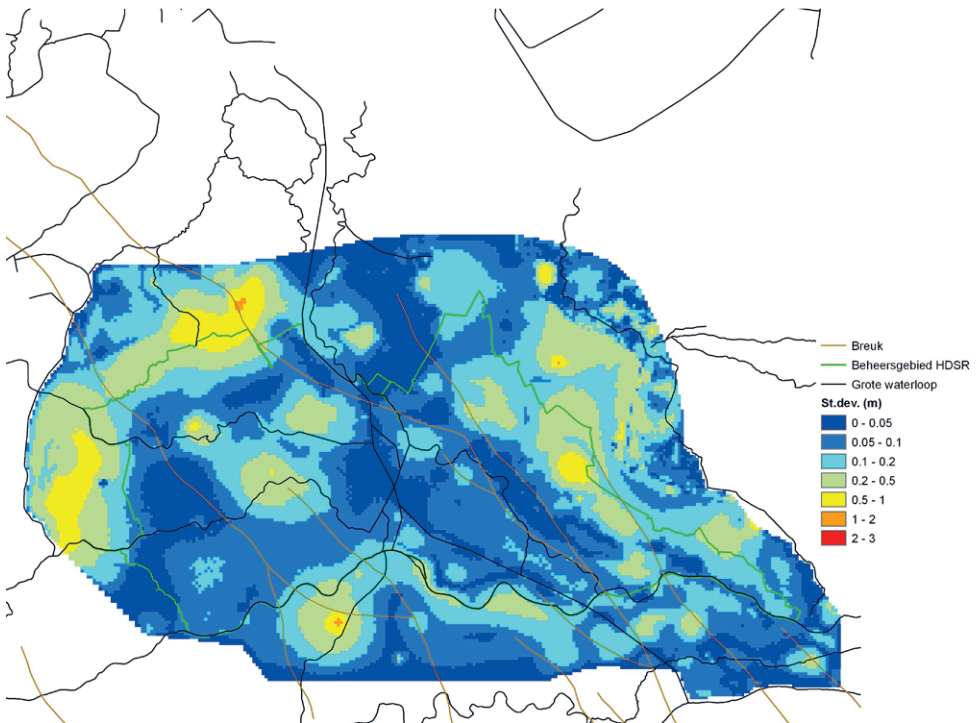
De onzekerheidsbepaling is alleen uitgevoerd voor de stijghoogten van het eerste watervoerende pakket (modellaag 2) en de ln waarde van de weerstand van de deklaag (tussen modellaag 1 en 2). Om de a priori onzekerheid van de stijghoogten te berekenen is voor iedere stijghoogten in modellaag 2 een pseudometing ingevoegd en zijn de bijbehorende representers berekend. De standaarddeviatie van de stijghoogten in modellaag 2 voor de kalibratie wordt weergegeven in figuur 4. Figuur 5 toont de standaarddeviatie na kalibratie indien tot het optimum doorgekalibreerd zou zijn. Figuur 6 toont de standaarddeviatie indien ervoor wordt gecorrigeerd dat de kalibratie niet tot het optimum wordt doorgezet en er dus een bias is. Figuur 7 toont de bias van de stijghoogte in modellaag 2. Deze is door de optimale schatting van de stijghoogten uit vergelijking 5 te vergelijken met de gemodelleerde stijghoogten. De standaarddeviatie van de natuurlijke logaritme van de weerstand van de deklaag wordt weergegeven in figuur 8. De breuken die in de figuren zijn weergegeven bevinden zich in modellaag 4 tot en met 7 van -40 tot -180 m +NAP en zijn verwerkt in het model, maar hebben naar verwachting slechts een marginale invloed op de berekende modelonzekerheid in het eerste watervoerende pakket.



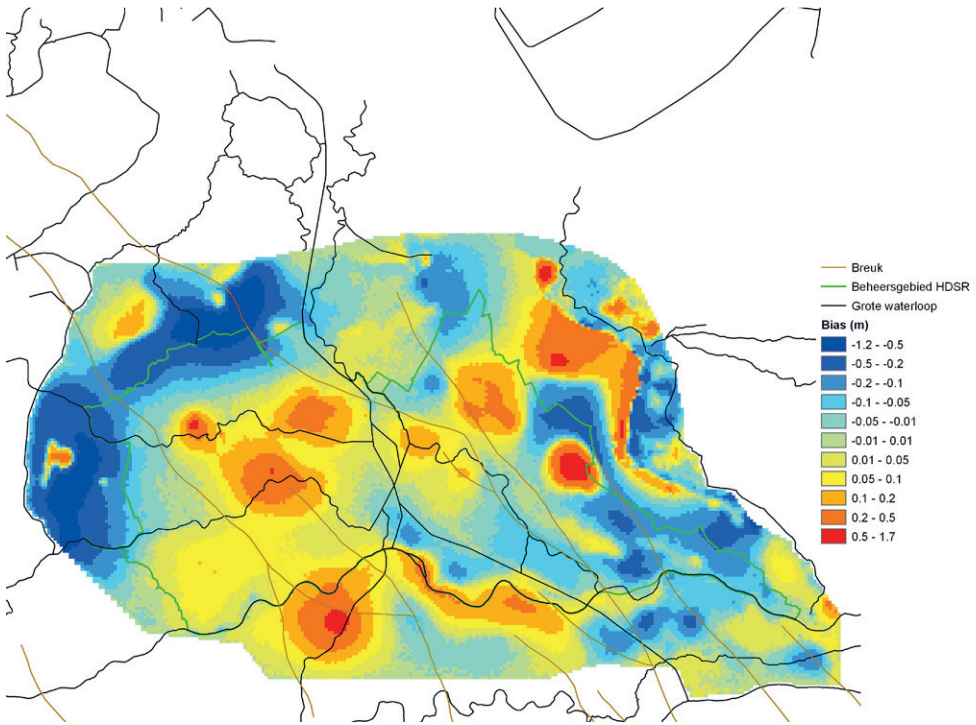
Figuur 4 A priori standaarddeviatie van de stijghoogte van het eerste watervoerende pakket.



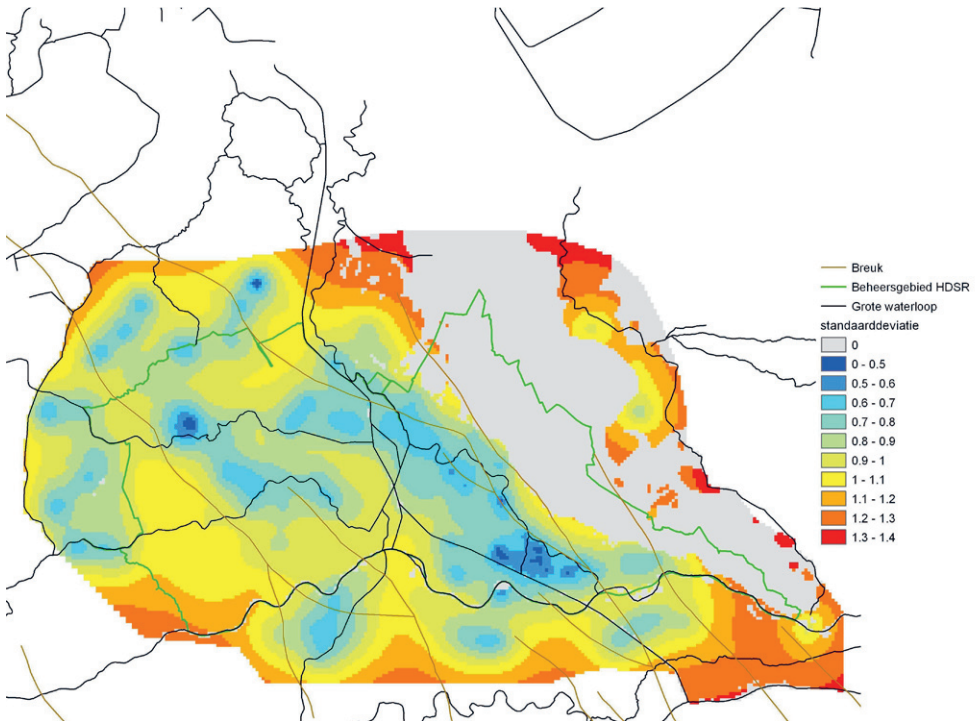
Figuur 5 A posteriori standaarddeviatie van de stijghoogte van het eerste watervoerende pakket zonder correctie voor bias.



Figuur 6 A posteriori standaarddeviatie van de stijghoogte van het eerste watervoerende pakket met correctie voor bias.



Figuur 7 Bias in stijghoogte, verschil tussen optimale schatting van stijghoogten en modelresultaat.



Figuur 8 A posteriori standaarddeviatie van de natuurlijke logaritme van de weerstand van de deklaag.

Discussie

De a priori standaarddeviatie van de stijghoogten geeft een beeld dat hydrologisch goed te verklaren valt. In het oosten van het modelgebied bij de Utrechtse Heuvelrug is de onzekerheid groot, omdat daar geen drainage plaatsvindt. In het zuidoostelijk deel van het gebied lopen twee stroken met een lage standaarddeviatie in noordwestelijke richting. Deze komen overeen met de waterlopen van het Amsterdam-Rijnkanaal en de Langbroekerwetering. Het vasthouden van het waterpeil heeft hier tot gevolg dat de onzekerheid van de stijghoogten in het watervoerende pakket laag is. Verder vallen enkele cirkelvormige verhogingen van de standaarddeviatie op, die verklaarbaar zijn door onttrekkingen.

Uit de vergelijking met de a posteriori schatting zonder de bias valt de informatie van de metingen af te leiden. De standaarddeviatie van de stijghoogten in het eerste watervoerende pakket neemt in het grootste deel van het gebied af tot minder dan 10 cm. Indien het effect van de bias op de standaarddeviatie wordt meegenomen, blijkt dat de standaarddeviatie hoger wordt, maar voor ongeveer de helft van het beheersgebied van HDSR nog steeds kleiner is dan 10 cm. De bias blijkt gemiddeld groter te zijn in het deel van het model dat buiten het beheersgebied valt. Dit is verklaarbaar omdat tijdens de modelbouw de meeste aandacht is gegaan naar het interessegebied van de opdrachtgever en het a priori model daar al beter was. Binnen het aantal toegestane iteraties tijdens de kalibratie werd binnen het beheersgebied van HDSR de optimale stijghoogten dicht benaderd. Dit is niet het geval voor een deel van het model dat buiten het beheersgebied valt. Om de standaarddeviatie van de stationaire stijghoogten te verkleinen zou de modelschatting gecorrigeerd kunnen worden met de bias.

De standaarddeviatie van de natuurlijke logaritme van de weerstand van de deklaag neemt af van de constante, a priori waarde van 1,4 tot waarden tussen 0,5 en 1,4. De grootste afname ligt op locaties waar metingen veel informatie bevatten over de weerstand van de deklaag. In een deel van het modelgebied was de deklaag afwezig en is de weerstand van de deklaag dus ook niet gedefinieerd. In figuur 8 wordt hier de waarde van 0 weergegeven.

Conclusies

Met behulp van de representermethode is het mogelijk om de onzekerheid van de stijghoogten van een gekalibreerd model te berekenen. Met de hiervoor gevolgde methode is het ook mogelijk om deze onzekerheid te valideren en eventueel de onzekerheid met een bepaalde correctiefactor aan te passen, indien de validatie dit aangeeft.

Een extra complicatie in dit praktijkvoorbeeld, was dat het model niet tot het optimum was doorgekalibreerd. Om de onzekerheid van de gemodelleerde stijghoogten hiervoor te compenseren is het effect van de bias op de onzekerheid meegenomen.

De onzekerheid van de modelparameters kan ook berekend worden, maar zal in de praktijk vaak niet rechtstreeks gevalideerd kunnen worden, omdat meetdata van deze parameters niet of nauwelijks voorhanden zijn. Voor de correctie van de onzekerheid van de modelparameters is het van belang om te bepalen of de lineaire optimale modelparameters realistisch zijn of dat deze een fout in het modelconcept compenseren. Voor beide situaties wordt in dit artikel een methodiek voorgesteld. Voor de laatste situatie is de methodiek uitgewerkt en toegepast op het model van HDSR.

Vervolg

HDSR gaat met deze kennis de onzekerheid van modelmatige schattingen van de kwelhoeveelheid bepalen. Dit is relevant voor onder andere het verdrogingsbeleid en het opstellen van waterbalansen. Verder wil HDSR het grondwatermonitoring-systeem optimaliseren, alsmede bekijken waar meer inzicht in de hydraulische eigenschappen van de deklaag nodig is, bijvoorbeeld te verkrijgen via inverse modellering, waarbij ook fluxmetingen worden betrokken.

Literatuur

- Borren, W., W. Berendrecht, J. Heijkers, J. Snepvangers en A. Veldhuizen (2009)** Ontwikkeling HDSR hydrologisch model-instrumentarium - HYDROMEDAH; Deelrapport 1: Beschrijving MODFLOW-model 20080924, Deltares-rapport 0912-0231.
- Deutsch, C. en A. Journel (1992)** GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide; Oxford University Press, New York.
- Heijkers, J., A. Veldhuizen, W. Borren en G.J. Nijsten (2010)** Het gebruik van gekarteerde GxG-schattingen voor de kalibratie van een hydrologisch model; in: Stromingen, jrg 16, nr 1, p 25-41.
- Valstar, J.R. (2001)** Inverse modeling of groundwater flow and transport; Proefschrift Technische Universiteit Delft.
- Valstar, J.R. (2007)** IJken met de representermethode, in: Stromingen, jrg 13, nr 2, p 37-52.