

Gebiedsdekkende voorspelling van de grondwaterstandsbeweging met behulp van een geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)

Martin Knotters en Marc F.P. Bierkens

LASSA-middag Gent, 17 maart 2000



ALTEERRA

RESEARCH INSTITUUT VOOR DE GROENE RUIMTE

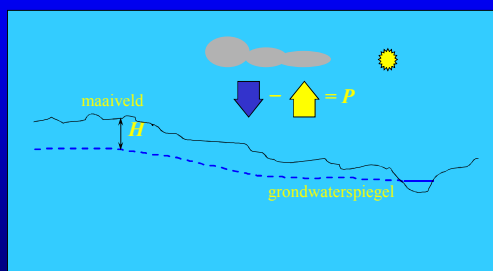
Het voorland (in 2000):

1. Multiple tijdreeksmodellen (STARMA, Pfeiffer en Deutsch, 1980)
2. Geostatistische modellen met een tijddimensie (Kyriakidis en Journel, 1999)
3. Geregionaliseerde tijdreeksmodellen (Changnon e.a., 1988; Hutchinson, 1995; van Geer en Zuur, 1997)

Opzet van de lezing:

- Inleiding
- Tijdreeksmodellen
- Fysische basis
- Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)
- Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie
- Validatie
- Toepassing: risicokaartje
- Slot

Grondwaterstand H , neerslagoverschot P :

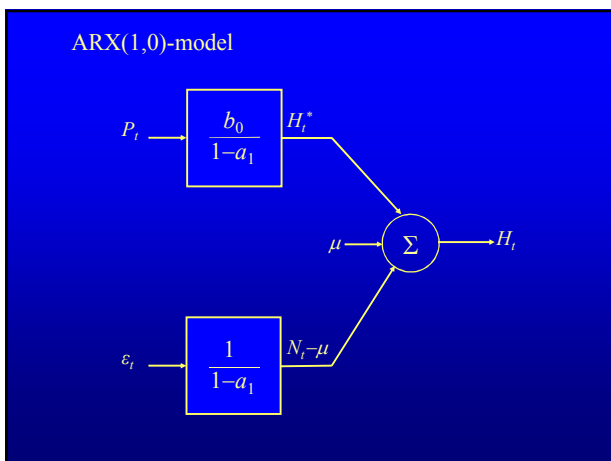
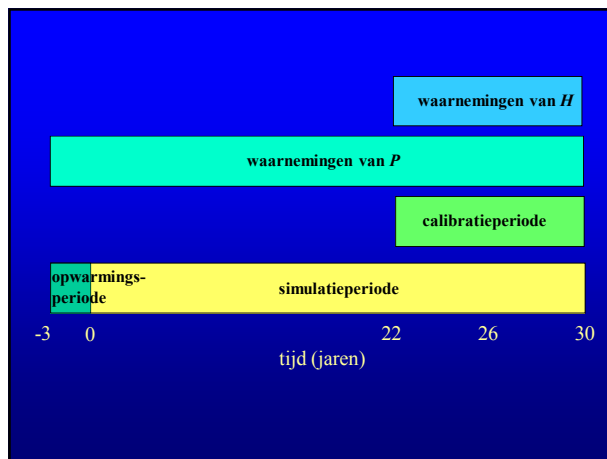
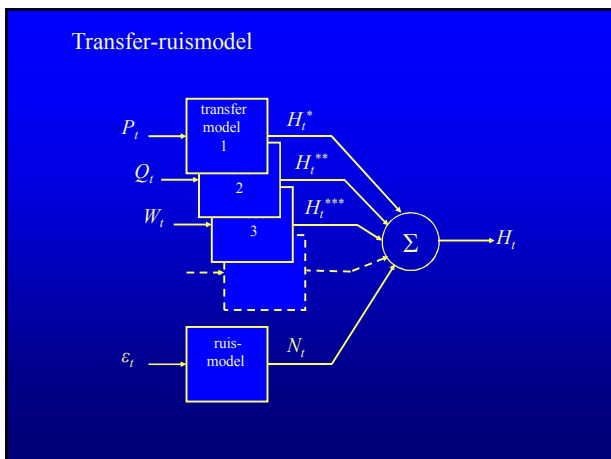


Doel:

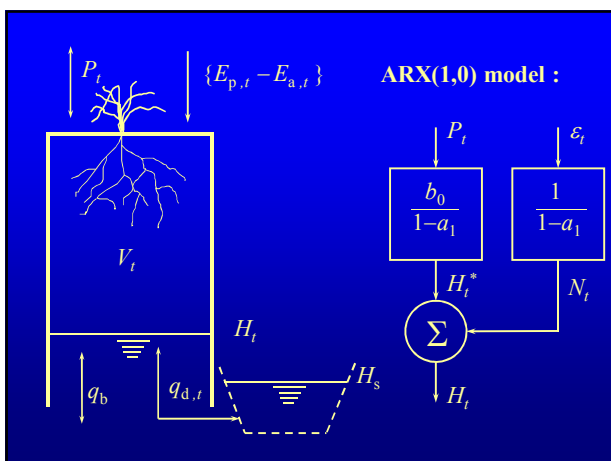
- voorspelling *actuele* grondwaterstand (korte termijn, “grondwaterafhankelijk peilbeheer”)
- schatting grondwaterstandsbeweging van een hydrologisch regiem (lange termijn, waterbeheersingsplannen)

Opzet van de lezing:

- Inleiding
- **Tijdreeksmodellen**
- Fysische basis
- Toepassing: ingreep-effect-voorspelling
- Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)
- Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie
- Validatie
- Toepassing: risicokaartje
- Slot



- ### Opzet van de lezing:
- Inleiding
 - Tijdreeksmodellen
 - Fysische basis
 - Toepassing: ingreep-effect-voorspelling
 - Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)
 - Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie
 - Validatie
 - Toepassing: risicokaartje
 - Slot



Fysische basis van een ARX(1,0)-model:

$$\{H_t - \mu\} = a_1 \{H_{t-\Delta t} - \mu\} + b_0 P_t + \varepsilon_t$$

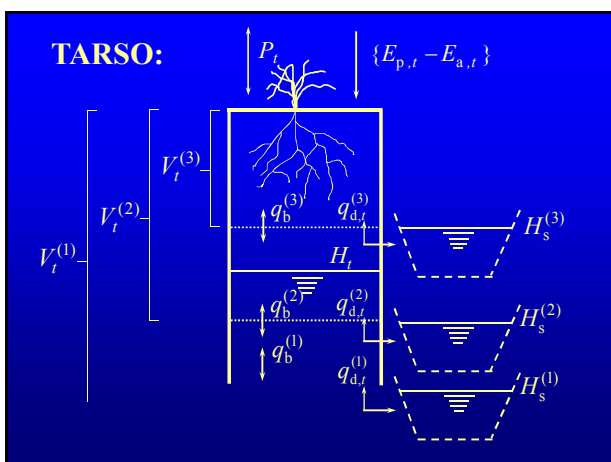
$$a_1 = e^{-\Delta t / \varphi}$$

$$b_0 = \gamma \{1 - a_1\}$$

$$\mu = H_s + \gamma q_b$$

$$\varepsilon_t = \gamma \left\{ [E_{p,t} - E_{a,t}] - \frac{\Delta V}{\Delta t} \right\} \{1 - e^{-\Delta t / \varphi}\}$$

met: φ = effectieve porositeit [-];
 γ = drainageweerstand [T];
 q_b = ondergrondflux [LT⁻¹].



- Opzet van de lezing:**
- Inleiding
 - Tijdreeksmodellen
 - Fysische basis
 - **Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)**
 - Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie
 - Validatie
 - Toepassing: risicokaartje
 - Slot

Geregionaliseerd (R)ARX(u;1,0)-model:

$$\{H_t(\mathbf{u}) - \mu(\mathbf{u})\} = a_1(\mathbf{u})\{H_{t-\Delta t}(\mathbf{u}) - \mu(\mathbf{u})\} + b_0(\mathbf{u})P_t + \varepsilon_t(\mathbf{u})$$

$$a_1(\mathbf{u}) = e^{-\Delta t/\varphi(\mathbf{u})\gamma(\mathbf{u})}$$

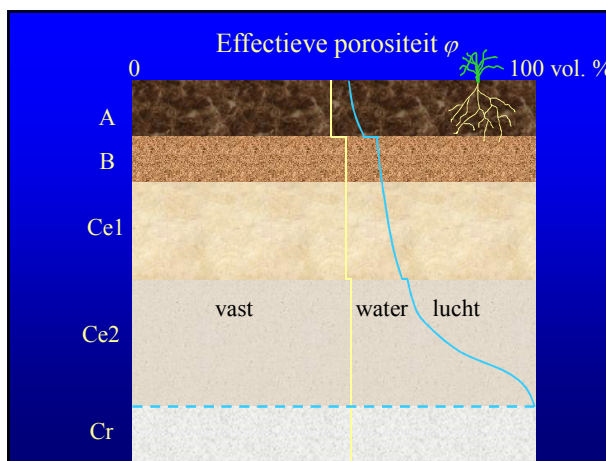
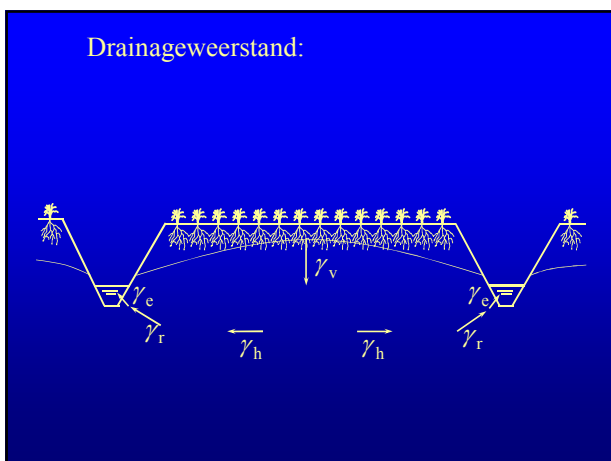
$$b_0(\mathbf{u}) = \gamma(\mathbf{u})\{1 - a_1(\mathbf{u})\}$$

$$\mu(\mathbf{u}) = H_s(\mathbf{u}) + \gamma(\mathbf{u})q_b(\mathbf{u})$$

$$\varepsilon_t(\mathbf{u}) = \gamma(\mathbf{u})\left\{ [E_{p,t} - E_{a,t}(\mathbf{u})] - \frac{\Delta V(\mathbf{u})}{\Delta t} \right\} \{1 - e^{-\Delta t/\varphi(\mathbf{u})\gamma(\mathbf{u})}\}$$

met $\mathbf{u} = (x, y)$

- Opzet van de lezing:**
- Inleiding
 - Tijdreeksmodellen
 - Fysische basis
 - Toepassing: ingreep-effect-voorspelling
 - **Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)**
 - **Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie**
 - Validatie
 - Toepassing: risicokaartje
 - Slot

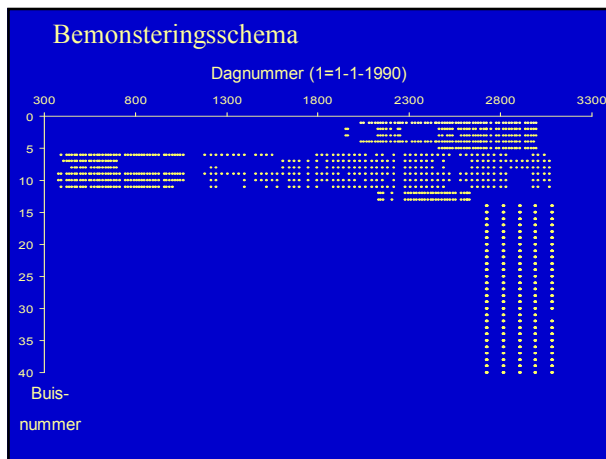
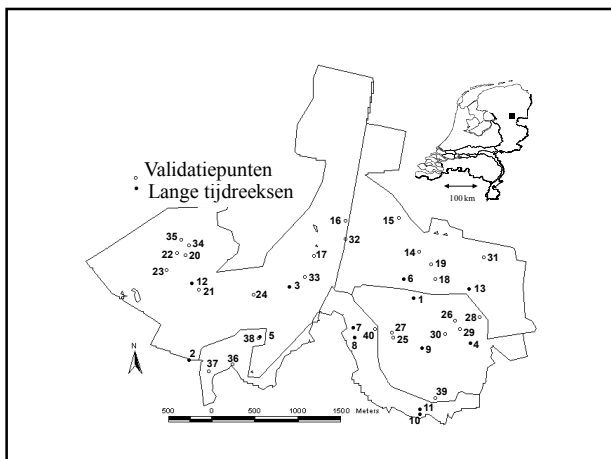


Samenvattend:

- *drainageniveau* : DEM, oppervlaktewaterstanden;
- *drainageweerstand* : topografische kaart, boorstaten, DEM, gegevens waterlopen;
- *effectieve porositeit* : boorstaten en bodemfysische standaardcurven (Staringreeks);
- μ : boorstaten.

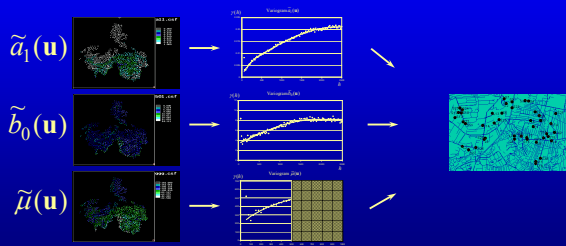
Opzet van de lezing:

- Inleiding
- Tijdreeksmodellen
- Fysische basis
- Toepassing: ingreep-effect-voorspelling
- Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)
- Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie
- **Validatie**
- Toepassing: risicokaartje
- Slot



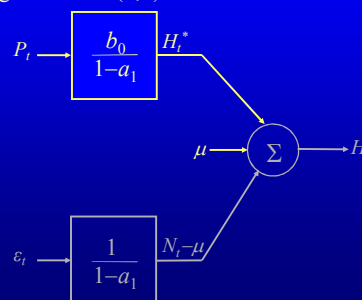
(In-)directe methode:

1. Interpoleer de gegiste RARX-parameters van de 1185 boorpunten naar de 40 buislocaties (ordinary kriging):



(In-)directe methode:

2. Transformeer de neerslagoverschotreeks in 40 grondwaterstandstijdreeksen, met behulp van het gegiste RARX(1,0)-model:



Indirecte methode:

- Bereken de systematische fouten en schat de standaardafwijking van de foutenterm op elk van de 40 buislocaties:

$$N_i(\mathbf{u}) = H_i(\mathbf{u}) - H_i^*(\mathbf{u})$$

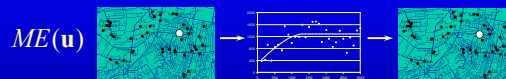
$$ME(\mathbf{u}) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K N_i(\mathbf{u})$$

$$\tilde{\sigma}_N^2(\mathbf{u}) = \frac{1}{K-1} \sum_{i=1}^K \{N_i(\mathbf{u}) - ME(\mathbf{u})\}^2$$

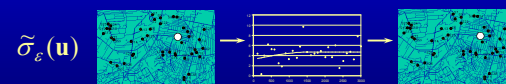
$$\tilde{\sigma}_\varepsilon(\mathbf{u}) = \sqrt{\{1 - \tilde{\alpha}_1^2(\mathbf{u})\} \tilde{\sigma}_N^2(\mathbf{u})}$$

Indirecte methode:

- Interpoleer de systematische fouten en de standaardafwijkingen naar alle gewenste locaties. Kruisvalidatie op de 27 testpunten d.m.v. "leaving-one-out" of "set-one-aside":



External drift kriging (secondary variable: elevation)



Ordinary kriging

Indirecte methode:

- Verbeter de voorspellingen van de 'directe' methode met de geïnterpoleerde/gesimuleerde $ME(\mathbf{u})$
- Gebruik de geïnterpoleerde/gesimuleerde standaardafwijking van de foutenterm bij het kwantificeren van de onzekerheid

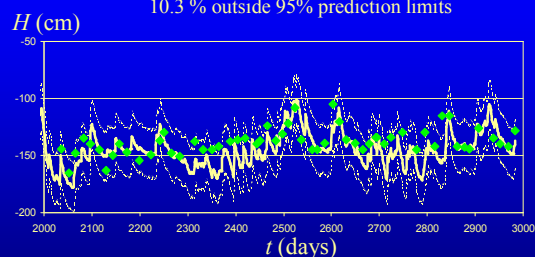
$$\left[\tilde{H}(\mathbf{u}; t) - 1.96 \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_\varepsilon^2(\mathbf{u})}{1 - \tilde{\alpha}_1^2(\mathbf{u})}}, \tilde{H}(\mathbf{u}; t) + 1.96 \sqrt{\frac{\tilde{\sigma}_\varepsilon^2(\mathbf{u})}{1 - \tilde{\alpha}_1^2(\mathbf{u})}} \right]$$

$n = 58$

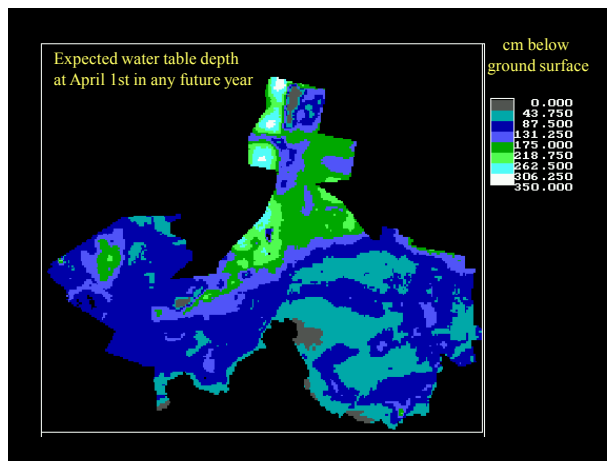
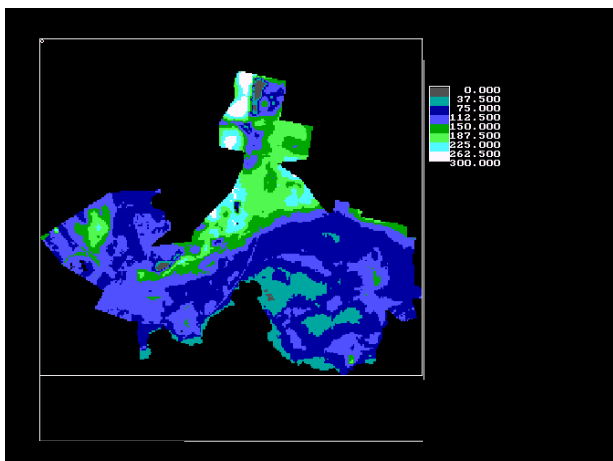
mean error = 6.0 cm

RMSE = 12.7 cm

10.3 % outside 95% prediction limits



♦ observation
— prediction
----- 95% prediction limits



Kalman-filtermethode:

- regionalisatiefuncties voor $a_1(\mathbf{u})$, $b_0(\mathbf{u})$, $\mu(\mathbf{u})$, $\sigma_s(\mathbf{u})$ en $\varepsilon(\mathbf{u})$. Bijvoorbeeld kriging;
- parameters van de regionalisatiefuncties worden geoptimaliseerd, *conditioneel* op de grondwaterstandswaarnemingen: *measurement update*.

Kruisvalidatie:

$$ME_{hi} = \frac{1}{n_{hi}} \sum_{j=1}^{n_{hi}} e_{j,hi},$$

$$SDE_{hi} = \sqrt{\frac{1}{n_{hi}-1} \sum_{j=1}^{n_{hi}} (e_{j,hi} - ME_{hi})^2},$$

$$RMSE_{hi} = \sqrt{\frac{1}{n_{hi}} \sum_{j=1}^{n_{hi}} e_{j,hi}^2},$$

met $e_{j,hi}$ als de j -de voorspelfout uit de reeks op het i -de testpunt in het h -de stratum

Kruisvalidatie:

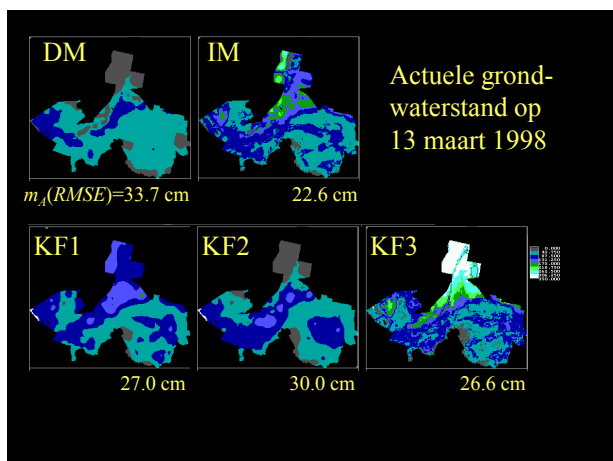
$$m_A(y) = \sum_{h=1}^L W_h \left[\frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n_h} \right],$$

$$\hat{\sigma}^2(m_A(y)) = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 \hat{\sigma}_h^2}{n_h},$$

waarin y kan zijn $|ME|$, SDE of $RMSE$

Voorspelling *actuele* grondwaterstand

	DM	IM	KF1	KF2	KF3
$m_A(ME)$	-23.6	4.5	8.3	-10.0	14.4
$m_A(ME)$	30.7	17.5	24.1	28.1	24.2
$m_A(SDE)$	9.5	9.5	6.9	7.0	5.7
$m_A(RMSE)$	33.5	21.5	26.1	29.6	25.9

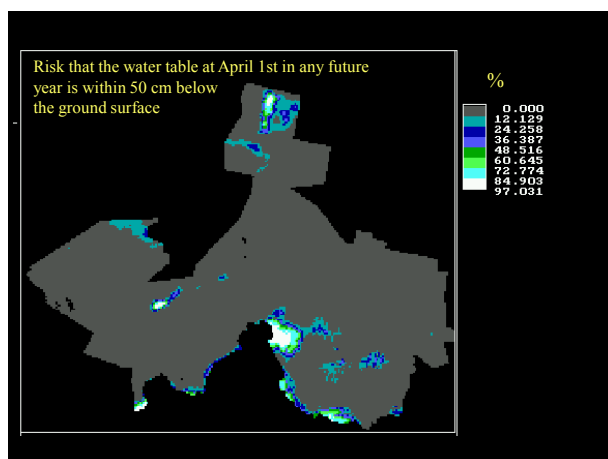


Schatting grondwaterstand van een gegeven hydrologisch regiem

	DM	IM	KF1	KF2	KF3
$m_A(ME)$	-23.6	4.5	16.3	-8.8	25.0
$m_A(ME)$	30.7	17.5	30.2	29.1	32.3
$m_A(SDE)$	9.5	9.5	9.5	9.3	9.9
$m_A(RMSE)$	33.5	21.5	32.6	31.8	35.0

Opzet van de lezing:

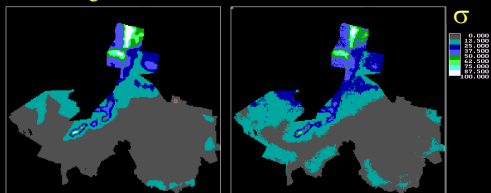
- Inleiding
- Tijdreeksmodellen
- Fysische basis
- Toepassing: ingreep-effect-voorspelling
- Geregionaliseerd tijdreeksmodel (RARX)
- Ruimtelijke voorspelling, hulpinformatie
- Validatie
- Toepassing: risicokaartje
- Slot



Bronnen van onzekerheid:

toekomstig weer

RARX-model



Slot:

- onderscheid maken tussen *actuele* grondwaterstand en grondwaterstandsbeweging van een gebied;
- KF methoden preciezer in voorspelling actuele grondwaterstand;
- IM nauwkeuriger in voorspelling grondwaterstandsbeweging van een gebied;
- een combinatie van methodieken is waarschijnlijk het nauwkeurigst;
- wat maakt het uit?

China

- 1,324,655,000 inwoners in 2008
- GNI per inwoner € 2,755 in 2008
- € 0,01 per inwoner kan dus makkelijk
- €13,246,550 !!!