Extreme afvoer vanuit de reservoircoëfficiënt

BRAM BOT

Een systeem van neerslagafvoer kan in zijn eenvoudigste vorm worden beschreven met zijn reservoircoëfficiënt. Het is algemeen bekend dat de duur van de kritieke bui die leidt tot de extreme afvoer, op de een of andere manier aan de reservoircoëfficiënt is gerelateerd. Die relatie is hier afgeleid vanuit een eenvoudige universele formule voor neerslagintensiteit samen met afvoer via een lineair reservoir.
De relatie blijkt eenduidig, bijzonder eenvoudig en op het eerste gezicht redelijk betrouwbaar. Dat belooft goede vooruitzichten voor een gelijksoortige aanpak met een niet-lineair reservoir als afvoer.

Artikel

Inleiding

Het is gebruikelijk een langjarige neerslagreeks te gebruiken om extreme afvoeren te berekenen. Alle buien uit die reeks worden dan losgelaten op het gebied waarvoor de afvoer moet worden bepaald. Maar de respons van de afvoer op de neerslag hangt heel sterk af van de omvang van het gebied en meer in het algemeen van de traagheid van het systeem. Zo zal een zware bui van een dag geen enkele invloed hebben op de extreme afvoer aan de rand van de Veluwe. Omgekeerd zal de extreme jaarsom niet bepalend zijn voor de extreme afvoer van mijn garagedak.
Voor dit artikel heb ik de relatie tussen kritieke duur en systeemtraagheid bekeken in zijn allereenvoudigste vorm: met een eenvoudige formule voor extreme neerslagintensiteit en met een afvoerberekening volgens een lineair reservoir. Het gaat maar om een vingeroefening, om de respons op een bui te illustreren.

Schematische neerslagintensiteit

Dingman (Dingman, 2008) geeft een overzicht van formules voor neerslagintensiteit zoals die in de Verenigde Staten worden gebruikt. Hij noemt twee veel gebruikte formules:

$$I = \frac{A}{(d+C)^B} \quad \text{en} \quad I = \frac{A}{d^B + C}$$

waarbij:
I: neerslagintensiteit [inch/uur]
A: neerslaghoeveelheid, die afhangt van de herhalingstijd [1]
d: duur van de bui [minuut]
C: constante waarmee de intensiteit van korte buien wordt beperkt [minuut]
B: constante [1]
De constanten B en C zijn constanten die voor iedere herhalingstijd gelden.

De formule is volledig empirisch. De waarden van de constanten zijn alleen geldig voor de gekozen eenheden van intensiteit en duur.

Dingman (2008) presenteert ook een lijst met coëfficiënten voor verschillende steden in de Verenigde Staten, voor de linkerformule als hierboven genoemd:
- A varieert tussen 13 (Olympia) en 124 (Miami)
- B neemt waarden aan tussen 0,64 (Olympia) en 0,97 (Denver)
- C neemt waarden aan tussen 2 en 13 minuten

De Verenigde Staten is zo'n groot en divers land dat bovengenoemde waarden wel een universele variëteit lijken te bestrijken.

Omdat grondwatersystemen niet reageren in termen van minuten, maar eerder in termen van vele uren tot jaren, is de constante C te verwaarlozen voor mijn beschouwing. De linker formule leidt dan tot:

$$I = \frac{A}{d^B}$$

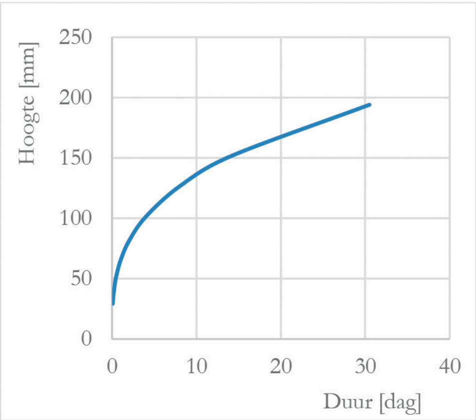
Vanwege de traagheid van grondwatersystemen heb ik als eenheden verder gebruikt [mm/dag] voor intensiteit en [dag] voor de duur van de bui. Daarmee blijkt een redelijke benadering van de intensiteit voor De Bilt voor een herhalingstijd van 10 jaar te zijn:

$$I_{1/10\text{jaar}} \approx \frac{65}{d^{0,68}} \text{ [mm/dag]}$$

en voor een herhalingstijd van 100 jaar:

$$I_{1/100\text{jaar}} \approx \frac{98}{d^{0,73}} \text{ [mm/dag]}$$

Voor duren tussen 2 en 30 dagen blijkt de afwijking hooguit 17% te zijn, ten opzichte van bekende waarden van Beersma e.a. (2015) en Bot (2016). Heel nauwkeurig is de benadering dus niet. Voor langere duren is de afwijking overigens aanzienlijk - daarover later meer. De waarde van B blijkt voor De Bilt dus rond 0,7 te zijn.



Afbeelding 1: *Neerslagduurlijn voor De Bilt, 1/10 jaar*

De neerslaghoogte van de extreme bui, bepaald met bovenstaande formule, heb ik voor een herhalingstijd van 10 jaar getekend in afbeelding 1. Het volume is immers:

$$H = \frac{A}{d^B} d = A * d^{(1-B)} \text{ [mm]}$$

waarbij:
H: de hoogte van een bui met duur d [mm]

De betekenis van de factor A in de formules is duidelijk: de grootte van de neerslagintensiteit. Een kleine A betekent een lage intensiteit; een grote A een hoge. De factor B geeft de verdeling van de neerslag in de tijd aan. Bij een factor B van nagenoeg nul zal de neerslag voortdurend met constante (lage) intensiteit vallen. De neerslagduurlijn ontaard dan in een rechte door de oorsprong met helling A. Bij een factor B van bijna 1 valt de neerslag in (hevige) kortdurende buien die in de tijd ver uit elkaar zijn gelegen. De neerslagduurlijn heeft dan de vorm van een constante hoogte (A * 1dag) [mm], een horizontale lijn.

Schematische afvoer

Omdat het hier maar om een eerste eenvoudige aftasting gaat, kies ik voor het lineaire reservoir voor de relatie tussen neerslag en afvoer. Wanneer op tijdstip t = 0 een constante neerslag $I_{neerslag}$ begint, zal de afvoer asymptotisch tot de intensiteit van die neerslag naderen:

$$Q_t = I_{neerslag}\left[1 - e^{-t/j}\right] \text{ [mm/dag]}$$

waarbij:

Qt:	de afvoer op moment t, [mm/dag]
$I_{neerslag}$:	de constante neerslag vanaf t = 0 [mm/dag]
j:	reservoircoëfficiënt [dag]
t:	tijd verlopen sinds het begin van de neerslag [dag]

Vaak kan de stroming door verzadigd grondwater ruwweg als stroming via een lineair reservoir worden beschouwd. Dat is dat zeker niet het geval voor de stroming in de onverzadigde zone en via oppervlaktewater. Dat is een serieuze beperking, maar hier nodig omwille van de eenvoud.

Combinatie van neerslag en afvoer

Ik neem, weer voor de eenvoud, aan dat de extreme neerslag met een constante intensiteit gedurende de duur valt. De grootste afvoer door een bui zal dan aan het einde van zijn duur plaatsvinden. Dan geldt:

$$Q_d = \frac{A}{d^B}\left[1 - e^{-d/j}\right]$$

waarbij:
Qd: de afvoer aan het eind van een extreme neerslag van duur d [mm/dag]

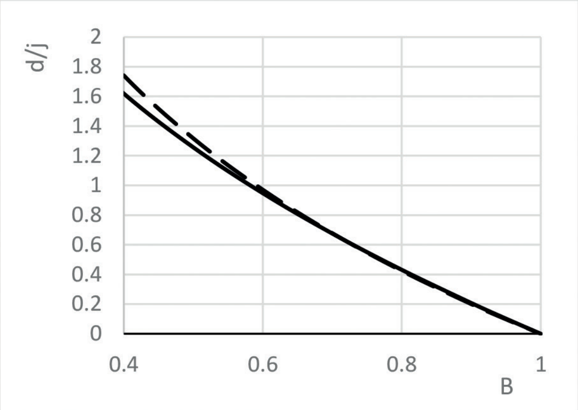
Nu is eenvoudig te bepalen bij welke bui de grootste extreme afvoer wordt bereikt. Dat is immers bij de duur waarbij:

$$\frac{\partial Q_d}{\partial d} = 0$$

Dat blijkt het geval te zijn wanneer:

$$B = e^{-d/j}\left[B + d/j\right]$$

Meteen is al te zien dat voor iedere B (waarmee de ongelijkmatigheid van de neerslag wordt beschreven) de factor d/j vaststaat. Helaas heb ik geen explicie-te oplossing kunnen bedenken voor de relatie tussen B en d/j, maar via iteratie heb ik de waarden vastgesteld die in afbeelding 2 (ononderbroken lijn) zijn getoond.



Afbeelding 2: *Duur van de kritieke bui*

Voor meer in de tijd uitgesmeerde neerslag (geringe B) blijken relatief langere buien kritiek te zijn, en andersom.

Voor De Bilt, met een B-waarde van ongeveer 0,7, zou de kritieke bui een duur van (toevallig ook) ongeveer 0,7 j hebben - zie afbeelding 2.

Het blijkt dat de relatie $d/j = -1{,}9\ln(B)$ (gestippeld in afbeelding 2) een goede overeenkomst heeft met de impliciete relatie die hierboven is genoemd. Binnen het meest gangbare traject van B tussen 0,5 en 0,95 is de afwijking hooguit 4,5%.

Nu de duur (voor gegeven waarde van j) bekend is, kan ook de maximale afvoer aan het eind van de duur worden berekend.

$$Q_{max} = \frac{A}{d^B}\left[1 - e^{-d/j}\right] = F\frac{A}{j^B} \text{ [mm/dag]}$$

waarbij F een factor is die uitsluitend door d/j en B wordt bepaald:

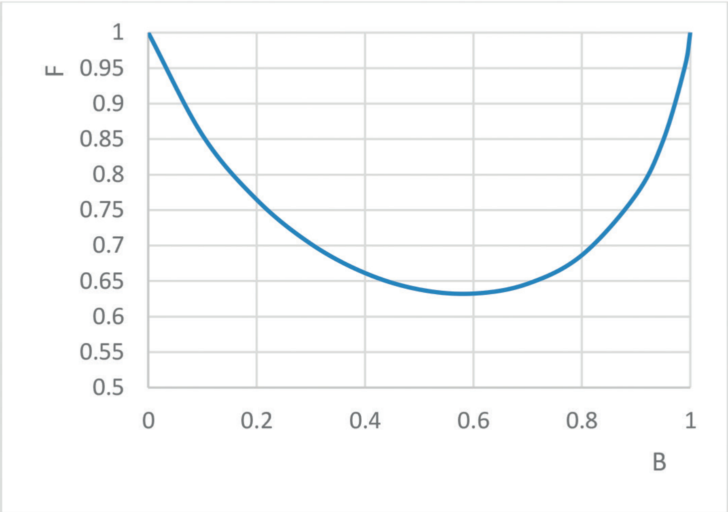
$$F = \frac{(d/j)^{(1-B)}}{B + (d/j)} \qquad [1]$$

Omdat d/j al vast ligt voor gegeven B, is F alleen van B afhankelijk. Helaas vind ik ook hier geen expliciete oplossing, maar met de relatie $d/j = -1{,}8\ln(B)$ blijkt de factor F meer dan uitstekend te kunnen worden benaderd. Binnen het traject van B tussen 0,1 en 0,99 is de afwijking hooguit 1%. Dat ruikt naar een algebraïsch exacte oplossing, maar het is me niet gelukt die aan te tonen. De zeer goede benadering waarmee F uit B kan worden berekend, luidt dan:

$$F = \frac{\left[-1{,}8\ln(B)\right]^{(1-B)}}{B - 1{,}8\ln(B)} \qquad [1]$$

De factor F heb ik uitgezet in afbeelding 3, als functie van B. De werkelijke waarden en die volgens de benaderende formule zijn in de afbeelding niet van elkaar te onderscheiden.

Voor een concrete situatie moet de formule voor de extreme intensiteit van de neerslag bekend zijn, dus de factoren A en B. De factor F is alleen gerelateerd aan B en kan met de formule worden berekend of afgelezen in afbeelding 3.



Afbeelding 3: *Functie F*

Voor afvoeren in De Bilt voor 1/10 jaar met A = 65 [mm/dag] en B = 0,68 [1] en dus F ≈ 0,65 [1], geldt de zeer eenvoudige benadering voor buien tot enkele weken:

$$Q_{max} \approx \frac{42}{j^{0,68}} \text{ [mm/dag]}$$

Met de benadering zijn de afvoeren voor 1/10 jaar in tabel 1 berekend, voor enkele grondwatertrappen. De reservoircoëfficiënt kan immers tamelijk goed aan de Gt worden gerelateerd volgens de oude vuistregels (Bot, 2016):
- drainageweerstand [dag] ≈ slootafstand [m]
- reservoircoëfficiënt [dag] ≈ 0,1 drainageweerstand [dag]

De getoonde ontwerpafvoeren zijn de maatgevende afvoeren (gemiddeld 1 keer per jaar) volgens DLG, maar met een factor 1,4 verhoogd vanwege de herhalingstijd van 10 jaar.

Tabel 1: Benadering voor De Bilt 1/10 jaar

Gt	drainage-weerstand [dag]	j [dag]	kritieke duur [dag]	berekende afvoer [mm/dag]	ontwerpafvoer (DLG, 1979) [mm/dag]
I en II	35	3,5	2,6	18	16 tot 20
III	80	8	6	10	
V*	200	20	14	7	8
VII*	1000	100	70	2	1,3 tot 4

De berekende afvoeren van tabel 1 komen globaal overeen met bestaande ontwerpnormen, maar zijn over het algemeen wat lager. Dat is verwonderlijk. Door de aanname van een lineair reservoir zou de berekende waarde juist hoger worden verwacht. Aan de andere kant is een 'afvoerstaart' van eerdere neerslag niet meegeteld.
De berekende waarde voor Gt VII* strookt goed met de ontwerpnorm, hoewel de duur van de kritieke bui buiten de geldigheid van de intensiteitsformule valt (langer dan een maand).

In tabel 1 zijn ook de berekende kritieke duren vermeld. Voor Gt III zou die neerkomen op ongeveer 1 week.

Discussie

Het is verrassend dat nog algebraïsch te rekenen valt (in een sterk vereenvoudigde vorm) aan de maximale afvoer ten gevolge van extreme regenval.

De hier getoonde vereenvoudigde rekenwijze wijst in de richting van een kritieke bui met een duur van ruwweg 0,7 keer de reservoircoëfficiënt voor Nederland. Misschien is er ook bij nauwkeuriger kijken wel een eenduidige relatie tussen reservoirkarakteristiek en kritieke bui, voor een gegeven neerslagvorm.

De gebruikte neerslagrelatie voldoet redelijk voor niet te lange duren - tot een maand. Voor toenemende duur nadert de intensiteit volgens de gebruikte formule tot nul. Dat klopt niet, de intensiteit moet naderen tot het gemiddelde neerslagoverschot. Dat maakt voor langere duren een belangrijk verschil. Bij een rekenpoging met een neerslagoverschot volgens:

$$\text{Neerslagoverschot} = \frac{A}{d^B} + C$$

bleek een veel betere fit mogelijk met aannemelijke extremen van het neerslagoverschot. De verdere berekening kwam daarmee echter buiten het bereik van een algebraïsche formule. Bovendien zou een dergelijke detaillering te veel in de richting gaan van een echte rekenwijze, wat niet gerechtvaardigd en hier ook niet de bedoeling is.

Voor de eenvoud bleek het nodig buien met constante intensiteit aan te nemen. Dat is voor korte buien niet ongebruikelijk en algemeen geaccepteerd. Voor langere maatgevende buien (voor grondwatersystemen wel tot maanden of jaren) zijn de consequenties van de aanname onduidelijk, maar wellicht heeft een variabele intensiteit ook dan niet zo'n grote invloed.

De aanname van afvoer volgens een lineair reservoir blijft een serieuze beperking voor de gepresenteerde rekenwijze. Om te beginnen al door de vertraging in de onverzadigde zone zal het afvoersysteem niet-lineair zijn.
Bij uitbreiding naar een niet-lineair reservoir zullen grote aantallen berekeningen moeten worden uitgevoerd om daar een bruikbare conclusie uit te destilleren. Een redelijk getrouwe responsfunctie heeft al drie variabelen. De relatie voor een extreem neerslagoverschot met drie variabelen lijkt voldoende.

De traagheid van afvoer kan flink veranderen bij grote neerslagintensiteit. De afstroming vindt dan niet alleen meer door de (diepere) ondergrond plaats, maar voor een groot deel oppervlakkig. De waarde van de reservoircoëfficiënt neemt dan aanmerkelijk af. Na een eerste schatting van de extreme afvoer zou de reservoircoëfficiënt nogmaals moeten worden geëvalueerd en de schatting zo nodig herhaald.

De begintoestand bij aanvang van de extreme bui heeft een belangrijke invloed op de reservoircoëfficiënt - die is lager naarmate de begintoestand natter. De rekenwijze zou alleen geldig zijn voor een vastgelegde uitgangstoestand. Hierin ligt het grote voordeel van het doorrekenen van een langjarige neerslagreeks, waarin immers de begintoestand voortdurend mede wordt bepaald.

De hier gepresenteerde rekenwijze lijkt me instructief als lesmateriaal. Daarnaast is hij handig om 'achter op de sigarendoos' een eerste schatting van extreme afvoer te maken. De rekenwijze (en beter nog: met een niet-lineair reservoir) zou ook wel eens bruikbaar kunnen zijn voor een eerste aftasting van de consequenties van verschuivingen in de neerslagstatistiek. Die verschuiving zou dan uitgedrukt moeten worden in veranderingen in de neerslagparameters. Zo'n eerste aftasting kan hulp bieden bij het inrichten van vervolgonderzoek.

Gezien de eenvoud van bovengeschetste berekening ligt het voor de hand het gebruik van de (aangepaste) reservoircoëfficiënt of responsfunctie voor de karakterisering van een grondwatersysteem of afvoersysteem in het algemeen, te promoten.

Literatuur

Beersma, J, J. Bessembinder, T. Brandsma, R. Versteeg en H. Hakvoort (2015) Actualisatie Meteogegevens voor Waterbeheer 2015, STOWA rapport 2015/10, STOWA, Amersfoort, The Netherlands.
Bot, A.P. (2016) Grondwaterzakboekje Gwz2016, Bot raadgevend Ingenieur, Rotterdam, The Netherlands
Dienst Landelijk Gebied, DLG (1979) Richtlijnen voor het berekenen van afwateringsstelsels in landelijke gebieden, DLG, Utrecht. The Netherlands
Dingman, S.L. (2008) Physical Hydrology, Waveland Press, Long Grove, IL, U.S.A.

Summary Discharge extremes for a linear reservoir

Discharge of precipitation may be described in its simplest form with the reservoir coefficient. The duration of the rainstorm causing maximum flow is known to be related to this coefficient. Here, this relation has been derived from a basic universal formula for rain intensity and with discharge conform a linear reservoir.

The relation appears to be straightforward, simple and fairly reliable at first inspection. Prospects for a similar approach but with a non-linear reservoir are promising.

Auteurs

BRAM BOT
Grondwaterhydroloog te Olst
brambot@telfort.nl